四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

莊氏算學卷二

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官進士臣朱鈐

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣秦鼎雲

繪圖天文生臣林皋

子部六

莊氏算學　天文算法類二 算書之屬

提要

臣等謹案莊氏算學八卷

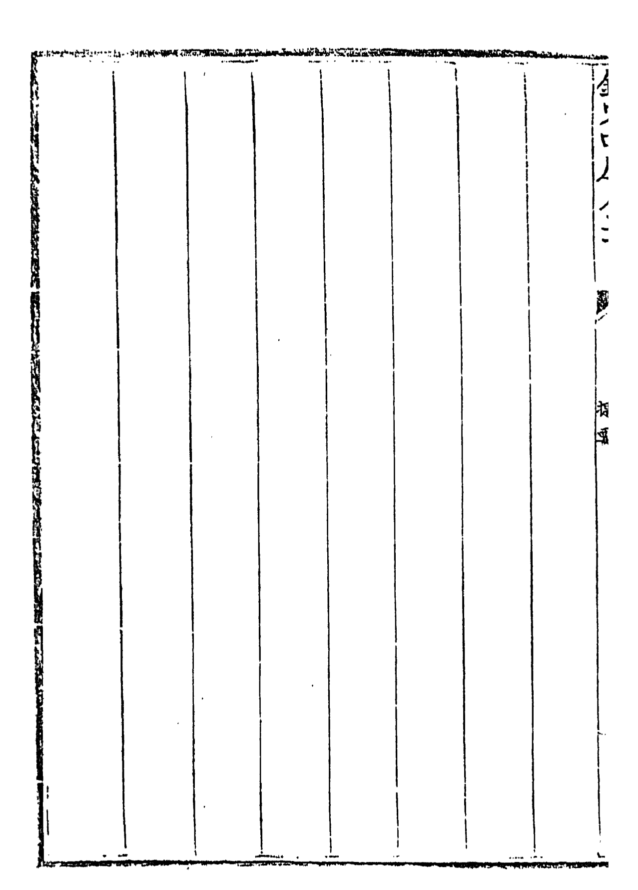
國朝莊亨陽撰亨陽字元仲南靖人康熙戊戌進士官至淮徐道是編乃其自部曹出董河防於高深測量之宜隨事推究設問答以窮其變因筆之于書其後人取殘稾裒緝成帙

中間大旨皆遵
御製數理精蘊而參以幾何原本梅氏全書分條
採摘各加剖晰頗稱明顯末為七政步法亦
本之新法算書而節取其要其于推步之法
條目賅廣縷列星羅無不各有端緒恭案
御製數理精蘊線面體三部凡三十餘卷幾何原
本五卷梅氏全書卷帙亦為浩博學算者非
出自專門不能驟窺蹊徑今亨陽撮舉精要

別加薈萃簡而不漏括而不支可為入門之津筏雖未能大有所發明而以為學者啟蒙之資則殊有裨益矣乾隆四十六年十月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀



莊氏算學卷一

淮徐海道莊亨陽撰

梅勿庵開方法

一平方

平方四邊相等今所求者其一邊之數西法謂之方根方者初商也初商不盡則倍初商之根為廉法除之得兩廉又以次商為隅法自乘得隅以補兩廉之空而成

正方形是謂次商又不盡則合初商次商得數倍之為
廉法除之得次兩廉又以三商為隅法自乘得隅以補
次兩廉之空而成正方形自此而四商五商倣而加之
能事畢矣
凡減隅積皆視其隅數為何等隅數是單則積止於單
位隅數是十其積止於百位百止於萬位千止於百萬
位萬止於億位每隅法大一位則隅積大兩位所以初
商減積止初點次商減積止次點三商四商五商皆可

以類推也自單位作點起每隔一位點之有二點商數有十三點商數有百也

凡初商得一二三四皆書於點之上一位商得五六七八九皆書於點之上兩位其故何也五以上之廉倍之則十故豫進一位以居次商四以下雖倍之猶單數也所以不同

大約所商單數必在廉法上一位乃法上得零之理也開方有實無法廉法者乃其法也

次商用歸除凡歸除得數皆書於籌之第一位今須看

次商所減之數其籌行内第一位是空與否若不空即以次商得數對餘實首一位書之若第一位是空則以次商得數對餘實上一位書之雖不離籌之第一位而所商之有空位無空位出矣立方審空位之法亦然

一立方

平方則一方次合兩廉一隅以成方面立方則一方次有三平廉以輔於方之三面又有三長廉以補三平廉之隙又有小方隅以補三平廉之隙推之三商四商皆

然而方體成矣

三平廉長濶相同皆如初商數三長廉長如初商數其兩頭髙與濶則如次商數

立方三位作點者自乘再乘之積止於三位也初商點在首位則獨商首位點在次位則合商兩位在三位則合商三位也凡初商得一數者書於點上一位得二三四五者書於點上二位得六七八九者書於點上三位

其故何也盖開方以廉為法而平方只有二廉其廉之

積數只有進一位故一進而足立方則有三平廉而其積數有進一位者有進兩位者故必立三等也要其豫為續商之地使所得單數居於法上之一位則同方單一其廉法單三若方單二則廉法一十二變為十數進一位矣故一用常法二用進法也方單五其廉法七十五若方單六則廉法一百零八又變百數進兩位矣故五用進法而六以上用超進之法也

三平廉用自乘者三平面積也三長廉則未有積故與

平廉異也次商數自乘以乘長廉者每長廉之一數各分次商自乘之數也

一平方帶縱

平方帶縱者長方面也初商得平方與縱方縱方之濶如平方之數長則加所設縱之數次商得廉縱一廉二隅一蓋倍廉不倍縱一為帶縱之廉一為不帶縱之廉也用法與平方相似但初商時必以初廉得數乘縱數為縱方積然後合兩積以減原實為稍異耳

若應商十數因無縱積改商單九是初商空也則於初商位紀○而紀其改商之數於○下若次商者然既為次商則減積亦畫於第二點

初商得五至得九皆書於點上二位不論縱之多寡若得四以下則視縱之多少而為之進退法以縱折半加入初商（單縱單十從十百千各以類加）若滿五以上則亦進書於點之上兩位（如初商三而縱有四初商四而縱有四之類）若縱數少雖加之而不滿五則仍書於點之上一位（如初商四而縱只有一初商六而縱只有二之類）

揔而言之所商單數皆書於廉法之上一位故初商得數有進退之法乃豫為廉法之地以居次商也初商五以上倍之則十雖無縱加廉法已進位矣初商雖四以下而以半縱加之滿五則其倍之加縱而為廉法也亦滿十而進位矣廉法進位故初商亦必進蓋豫算所商單數已在廉法之上也

又初商若得單數其廉法即為命分凡商得單數必在命分上一位凡開方皆然

一立方帶縱

凡立方帶縱有三一只帶一縱如云長多方若干或高多方若干是也一帶兩縱而縱數相同如云長不及方若干高不及方若干是也一帶兩縱而縱數不相同如云長多濶若干濶又多高若干是也大約帶一縱者只有縱數而已帶兩縱者有縱數又有縱方故其術不同

立方帶一縱者長多於方謂之横縱高多於方謂之直縱初商得立方一方縱一合成長立方形次商平廉三

内帶縱者二長廉三内帶縱者一小隅一合七形而成一形三商以上者皆倣此

以積實列位作點如立方法截首一點為初商之實視立方表中積數有小於初商實者用其方根為初商得數用其積數為初商積數次以初商自乘以乘縱數為縱積合計立方積縱積共數以減原積而定初商不及減者改商之及減而止

次商則以初商得數自乘而三之又以縱與初商相乘

而兩之共為平廉法或以初商三之縱倍之併其數以乘初商或以初商加縱而倍之併初商數以乘初商並同所謂帶縱廉二不帶縱廉一也又以初商三之加入縱為長廉法所謂帶縱廉一不帶縱廉二也乃以平廉法約第二點上餘實商除得數為次商於是以次商乘平廉法為三平廉積又以次商自乘以乘長廉為三長廉積就以次商自乘再乘為隅積合計平廉長廉隅積共若干以減餘實不及減者改商之及減而止

三商則以初商次商所得數加縱而倍之併商得數為法仍與商得數相乘為平廉法又以初商次商所得數三之加縱為長廉法以除原實如次商法餘倣此

列商得數依立方法得一書於點之上一位得二三四五書於點之上兩位得六七八九書於點之上三位若縱數多廉法有進位則宜用常法者改用進法宜用進法者用超進之法宜超進者更超一位書之其法於次商時酌而定之蓋次商時有三平廉三長廉再加隅一

為命分之法法上一位單數也從此單數逆尋而上自單而十而百而千至初商位止有不合者改而書之若與初商恰合不必強改此法甚妙平方帶縱亦可用之也

若宜商一十而改單九或宜商一百而改九十凡得數改退小一等數者皆不用寂上一點而以第二點論之此尤要訣不可忘或於初商外作圈而以所商小一等數書於圈下亦可以上一點論也

立方帶兩縱縱數相同者如高不及方若干則方之横

與直俱多於高是為兩縱初商有縱廉二縱方一并立方而四葢兩縱廉輔立方之兩面而縱方以補其隅合為一短方形也次商平廉三內帶一縱者二帶兩縱者一長廉三內帶縱者二不帶縱者一小隅一共七形合一短方形也

用法先以縱倍之為縱廉法又以縱自乘為縱方法乃如立方法列位作點視表中求初商方數及立方積次以初商得數乘縱方數為縱方積又以初商自乘數乘

縱廉數為縱廉積合計縱方縱廉立方之積共若干數以減原實而定初商不及減改商之及減而止次商則以初商得數加縱倍之以乘初商得數（所謂帶一縱之廉二也）又以初商加縱自乘得數（所謂帶兩縱之廉一也）併之共為平廉法或以初商三之加縱以初商加縱乘之亦同次以初商加縱倍之併初商數共為長廉法（所謂帶縱者二不帶縱者一也）或以初商三之縱倍之亦同乃置餘實列位以廉法位酌定初商列法而進退之以平為法而除餘實得數

爲次商皆所以減首位是空與否而為之進若退或合平廉長廉兩法以求次商亦同於是以次商乘平廉法為平廉積又以次商自乘數乘長廉法為長廉積又以次商自乘再乘為隅積合計平廉長廉隅積共若干以減餘實而定次商又法以次商乘長廉法為長廉法又以次商自乘為隅法併長廉平廉隅法以與次商相乘為次商廉隅共積以減餘實亦同不及減者改商之及減而止三商四商倣此

立方帶兩縱縱數不相同者如長多於濶高又多於長初商有大廉縱一小廉縱一縱方一并立方形而四蓋大廉縱以輔高之一面小廉縱以輔長之一面兩縱方以補兩縱之闕也次商平廉三內帶小縱者一帶大縱者亦一兼帶兩縱者又一長廉三內帶小縱者一帶大縱者一不帶縱者一小隅共七形合成不等方形也用法以兩縱相併為縱廉以兩縱相乘為縱方乃如立方法列位作點求初商之實以立方表求得初商立方

積次以初商乘縱方數得縱方積以初商自乘乘縱廉數得縱廉積合計三積以減原實皆如前法次商則以初商長濶維乘得數而併之為平廉法又以初商長濶高併之為長廉法乃置餘實列位以平廉酌定初商之位而進退之遂以平廉為法求次商以次商乘平廉為平廉積以次商自乘數乘長廉為長廉積以次商自乘再乘為隅積合三積以減餘實不及則改及則止以待三商餘做此

凡不能成一單數者則以所商長濶髙維乘併之如平廉又以長濶髙併之如長廉又加單一如隅為命分母以所餘之數為命分子

維乘之法如初商三十尺為濶加縱五尺共三十五尺為長又加縱一尺共三十六尺為髙濶乘長得一千零五十尺髙乘濶得一千零八十尺長乘髙得一千二百六十尺併三維乘數共得三千三百九十尺為平廉法若合長廉加隅一即為命分母也

若在次商後則加次商得數若在三商後則加三商得數

用籌法

開方用籌提法廉隅二形也故有二法今借開方大籌為隅法列於廉法籌下而共商之則隅廉合為一法而用加提矣存前法者所以著其理用提法者所以善其事

既得初商即倍根數為廉法以廉法數用籌如商根為四則用八

商根為六則用十二以列於立方籌之上為廉隅共法合視共法籌其行內有與次商之實同者或畧少者減實以得次商以本行內方根命之既得次商則合初商次商倍之以其數用籌列平方籌以求三商四商以下倣此

隅者小平方也故可以平方籌為法廉之數每大于隅一位今以平方籌為隅列於廉下則隅之進位與廉之本位兩半圓合成一數故廉隅可合為一法也何以知廉大於隅一位也曰有次商則初商是十數矣平方之

廉法是初商倍數故大於隅一位

若次商之實小於廉隅共法之第一行則知次商是空位也不能成一數故空則於廉法籌下平方籌上加一空位籌為廉隅共法以求三商既得三商則合初商三商數倍之去空位籌以倍數用籌列於平方籌之上以求四商

如初商得四次商得空則用空位籌列於八籌之下及三商既得九則倍四〇九而為八一八之數空位籌可不用矣若兩空位則加兩空籌三空位則加三空籌餘

倣此

凡餘實必在商數下一位起倘空位則可作圈補之又凡廉隅共法籌第一行數即命分母也蓋能滿此數即成一單數矣

若立方則以初商數自乘而三之為平廉法以平廉法用籌列於立方籌之上為平廉小隅共法別以初商數三之而比共法尾位進一位為長廉法以長廉法用籌列於立方籌之下法于長廉法籌下加一空籌以合進一位之數

視共法籌内有小於實者為平廉小隅共積用其根數為次商次以次商自乘數即平方籌之積數與長廉法相乘以平方籌之數尋長廉籌之行取其行内積數用之得數加入平隅共積為次商總積以減次商實乃如法以求三商餘倣此

隅者小立方也故可以立方籌為法平廉之數每大於隅二位今以立方籌為隅法列於平廉下則隅之首位與平廉之末位兩半圓合成一數故平廉小隅可合為一法長廉之兩頭皆如次商自乘之數故可以平方乘

之又長廉之數每大於隅一位故於下加一空籌以進
其位便加積也何以知平廉大于隅二位而長廉只大
一位也蓋平廉者初商自乘之積也初商於次商為十
數十乘十則成百數矣隅積者次商本位也故平廉與
隅如百與單相去二位也若長廉則是初商之三倍位
同初商初商與次商如十與單故長廉與小隅亦如十
與單相去一位也

若次商之實小於平廉小隅共法之第一行或僅如共

法之第一行兩無長廉積則次商是空位也法於初商下作空位圈以為次商兩于平廉籌下立方籌上加兩空位籌為三商平廉小隅之共法以求三商其長廉法下又加一空位籌并原有一空位籌共兩空位籌為三商長廉法或長廉不必加空籌但于得數下加兩圈若商數有兩空位者平廉下小隅上加四空位籌長廉積下加三圈

蓋有空位則所求者三商也初商與三商如百與單兩

平廉者初商之自乘百乘百成萬故平廉與三商之隅如萬與單大四位也此加兩空籌之理平廉原大二位加二空籌則大四位矣初商與三商既如百與單則長廉與隅亦如百與單大兩位也此又加一空籌之理也

命分還原法如原實八步開得方二步除實四步不盡命為方二步又五分步之四然在兩廉可得五之四在隅則得二十五分步之十六而已實不及五之四也故

通分法還原以分母五通二步得一十分又納分子四
共一十四分自乘得一百九十六為實以命分五自乘
得二十五為法除之只得七步又二十五分步之二十
一以較原實少二十五之四矣故必另置分母五以分
子四減之餘一以轉乘分子四得四即隅差也加隅差
入方積中然後以分母自乘除之則合原積矣
若立方積一十七步開得立方每面二步除八步餘九
步如法命為立方二步又十九分步之九在平廉可得

十九分步之九在長廉與隅則不滿也法以分母十九通二步爲三十八分又納分子九分共四十七分爲立方全數以全數自乘再乘得一十〇萬三千八百二十三分爲通積另置分母十九自乘得三百六十一内減分子九自乘八十一餘二百八十分以分子九乘之得二千五百二十分爲隅差又置分母十九内減得分九餘十分轉乘分子九得九十分以乘命分母十九得一千七百一十分爲長廉每步虚數又以長廉法六步乘

之得一萬〇二百六十分為長廉差合二差共一萬二千七百八十分以加入通積共得一十一萬六千六百〇三分為實以分母十九自乘再乘得六千八百五十九分為法以除實得一十七步合原積

莊氏算學卷一